

Contrôle adaptatif d un système à retard inconnu par une approche à paramètres distribués

Application au contrôle de richesse

Delphine BRESCH-PIETRI

GT SAR

7 mai 2010

Nicolas Petit
CAS, MINES Paristech

Jonathan Chauvin
Contrôle Moteur, IFP



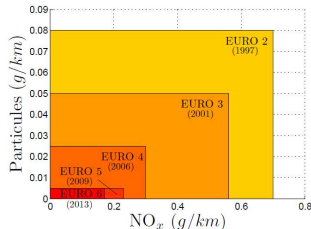
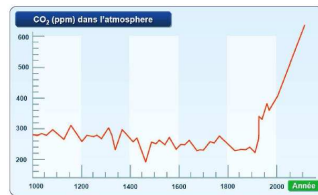
- 1 Positionnement du problème
- 2 Résultat Général
- 3 Contrôle de la richesse
- 4 Pistes d'adaptation du retard
- 5 Conclusions

- 1 **Positionnement du problème**
 - Motivations Contrôle Moteur
 - Fonctionnement Moteur Essence
 - Caractéristiques Contrôle Richesse
- 2 Résultat Général
- 3 Contrôle de la richesse
- 4 Pistes d'adaptation du retard
- 5 Conclusions

Motivations Contrôle Moteur

- CO₂/ Pétrole
 - ▶ effet de serre
 - ▶ prix du pétrole

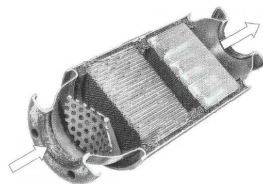
- Emissions polluantes
 - ▶ HC (cancérogène, mutagène)
 - ▶ NO_x (irritant, pluies acides)
 - ▶ CO (toxique)
 - ▶ particules (cancérogène, mutagène)



Motivations Contrôle Moteur

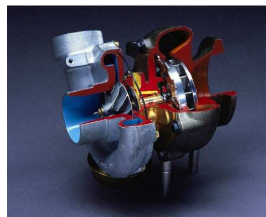
● Guérir : Post-Traitement

- ▶ pot catalytique (Essence, Diesel)
- ▶ filtre à particules (D.)
- ▶ piège à NO_x (D.)
- ▶ injection urée (D.)

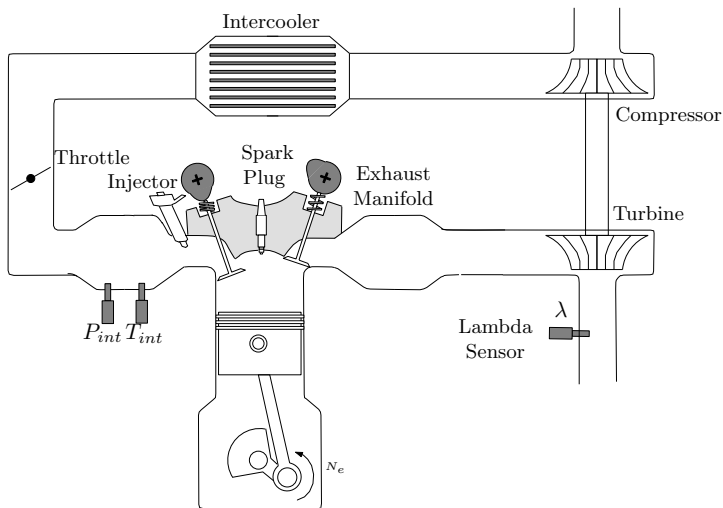


● Prévenir : modification Hardware

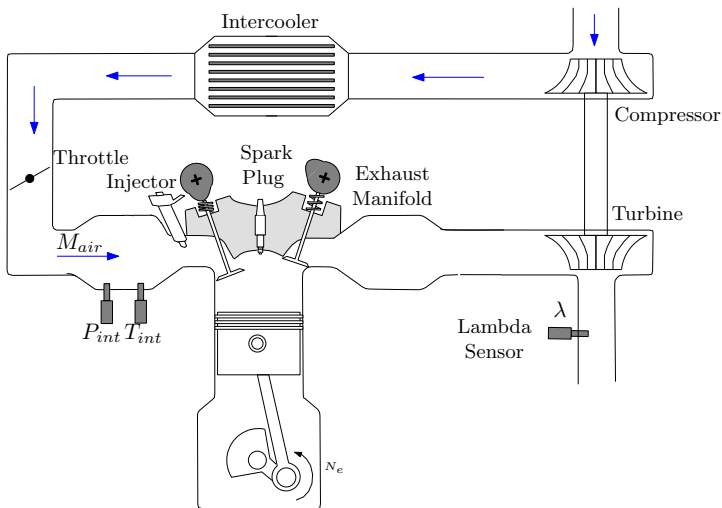
- ▶ downsizing (E.)
- ▶ recirculation des gaz brûlés (E.,D.)
- ▶ turbocompresseur (E.,D.)



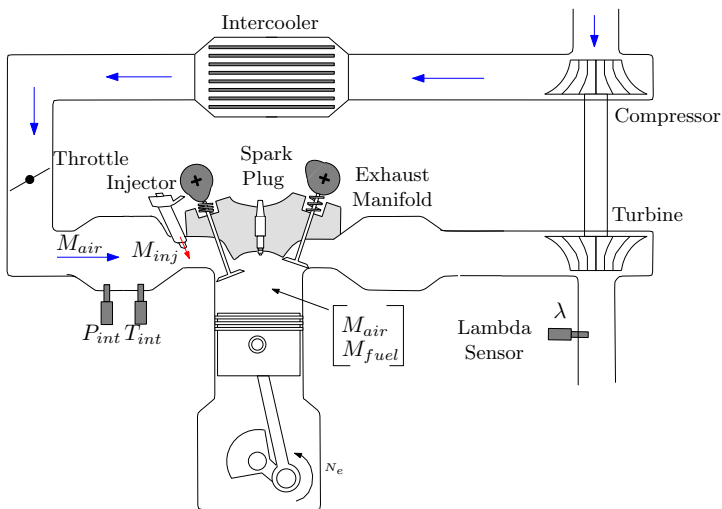
Fonctionnement du moteur à essence



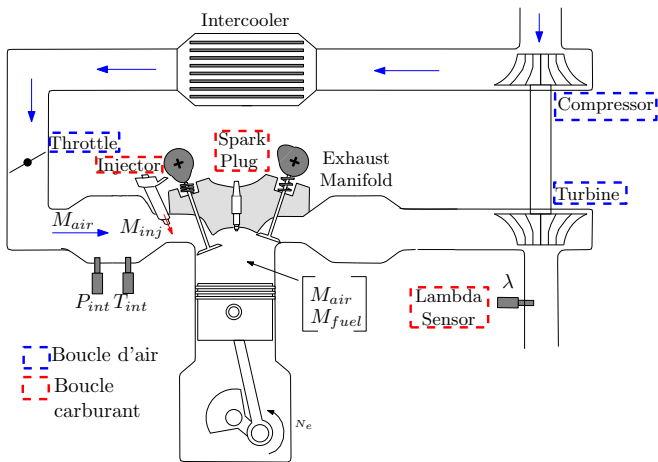
Fonctionnement du moteur à essence



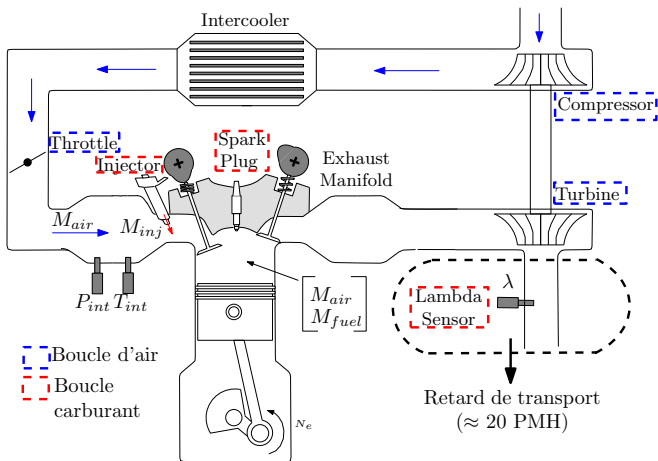
Fonctionnement du moteur à essence



Fonctionnement du moteur à essence



Fonctionnement du moteur à essence



Caractéristiques Contrôle Richesse

- Impératif de **réguler la richesse à 1** :
 - ▶ stoechiométrie du mélange
 - ▶ efficacité des systèmes de post-traitement
- Feedback via la sonde lambda :
 - ▶ **entrée retardée**
 - ▶ **incertitudes sur les paramètres**
 - ▶ modélisation dynamique par **un système linéaire**
 - ▶ retards et paramètres variables selon le point de fonctionnement du moteur (régime, charge)

- 1 Positionnement du problème
- 2 **Résultat Général**
 - Une approche par les EDP et le backstepping
 - Résultat d'asservissement
- 3 Contrôle de la richesse
- 4 Pistes d'adaptation du retard
- 5 Conclusions

Une approche par les EDP et le backstepping

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t - D)$$

avec $X \in \mathbb{R}^n$, U scalaire et $D > 0$ **constant**.

Hypothèses

(A, B) commandable et $\exists K \in \mathbb{R}^{1 \times n} A + BK$ Hurwitz.

Une approche par les EDP et le backstepping

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t - D)$$

avec $X \in \mathbb{R}^n$, U scalaire et $D > 0$ **constant**.

Hypothèses

(A, B) commandable et $\exists K \in \mathbb{R}^{1 \times n} A + BK$ Hurwitz.

Le contrôle suivant stabilise le système (prédicteur de Smith)

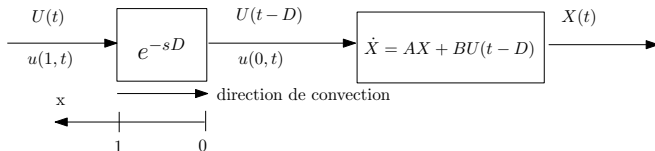
$$\begin{aligned} U(t) &= KX_P(t + D) \\ &= K \left(e^{AD} X(t) + \int_t^{t+D} e^{A(t-s)} BU(s) ds \right) \end{aligned}$$

Une approche par les EDP et le backstepping

Représentation EDP hyperbolique

$$\begin{cases} \dot{X}(t) &= AX(t) + Bu(0, t) \\ Du_t(x, t) &= u_x(x, t) \\ u(1, t) &= U(t) \end{cases}$$

en introduisant le contrôle distribué $u(x, t) = U(t + D(x - 1))$, avec $x \in [0; 1]$.



Une approche par les EDP et le backstepping

On considère la transformation de backstepping

$$w(x, t) = u(x, t) - \int_0^x q(x, y) u(y, t) dy - \gamma(x)^T X(t)$$

et le système cible

$$\begin{cases} \dot{X}(t) &= (A + BK)X(t) + Kw(0, t) \\ Dw_t(x, t) &= w_x(x, t) \\ w(1, t) &= 0 \end{cases}$$

w identiquement nul en temps fini \rightarrow système exponentiellement stable.

⁰M.Krstic and A.Smyshlyaev, *Boundary control of PDEs : A course on backstepping designs*, Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2008

Une approche par les EDP et le backstepping

résolution de l'équation différentielle → détermination de q et de γ

$$w(x, t) = u(x, t) - D \int_0^x Ke^{AD(x-y)} Bu(y, t) dy - Ke^{ADx} X(t)$$

Une approche par les EDP et le backstepping

résolution de l'équation différentielle → détermination de q et de γ

$$w(x, t) = u(x, t) - D \int_0^x Ke^{AD(x-y)} Bu(y, t) dy - Ke^{ADx} X(t)$$

- Conditions aux bornes via EDP → analyse de Lyapunov (alternative au FSA)
- Analyse adaptative dans le cas d'incertitudes vis à vis
 - ▶ du retard : *Delay-adaptive full-state predictor feedback for systems with unknown long actuator delay*, M.Krstic and D.Bresch-Pietri, ACC 09
 - ▶ des paramètres du système : *Adaptive trajectory tracking despite unknown input delay and plant parameters*, D.Bresch-Pietri and M.Krstic, Automatica, 2009
 - ▶ de l'état du système, etc.

Une approche par les EDP et le backstepping

Nécessite la **connaissance de tout** $u(x, t)$:

- ne se déduit pas de la connaissance de U si D inconnu (vitesse $1/D$ inconnue)
- en pratique, donnée inconnue

Une approche par les EDP et le backstepping

Nécessite la **connaissance de tout** $u(x, t)$:

- ne se déduit pas de la connaissance de U si D inconnu (vitesse $1/D$ inconnue)
- en pratique, donnée inconnue

On introduit un contrôle distribué estimé $\hat{u}(x, t) = U(t + \hat{D}(x - 1))$

$$\begin{cases} \hat{D}\hat{u}_t(x, t) & = \hat{u}_x(x, t) \\ \hat{u}(1, t) & = U(t) \end{cases}$$

si \hat{D} est une constante.

Retour sur le problème d'asservissement

$$\dot{X}(t) = A(\theta)X(t) + B(\theta)U(t - D)$$

- $X \in \mathbb{R}^n$, $\theta \in \Pi \subset \mathbb{R}^p$, U scalaire et $D > 0$
- D, θ inconnus
- on veut stabiliser autour du point X^r , **invariant au cours du temps**

Retour sur le problème d'asservissement

$$\dot{X}(t) = A(\theta)X(t) + B(\theta)U(t - D)$$

Hypothèses

- 1 Π borné et $D \in [\underline{D}; \bar{D}]$, $\underline{D} > 0$
- 2 $A(\theta) = A_0 + \sum_1^p A_i \theta_i$, $B(\theta) = B_0 + \sum_1^p B_i \theta_i$
- 3 pour X^r donné, il existe $U^r(\theta) \in C^1(\Pi)$ correspondante
- 4 $\theta \in \Pi$, $(A(\theta), B(\theta))$ commandable et il existe un triplet (K, P, Q) , t.q.
 - (i) $\forall \theta \in \Pi$ $P(\theta)$ et $Q(\theta)$ définies positives
 - (ii) $(K, P) \in C^1(\Pi)^2$ et $Q \in C^0(\Pi)$
 - (iii) $\forall \theta \in \Pi$ $P(\theta)(A + BK)(\theta) + (A + BK)(\theta)^T P(\theta) = -Q(\theta)$

Retour sur le problème d'asservissement

$$\dot{X}(t) = A(\theta)X(t) + B(\theta)U(t - D)$$

Définitions

On définit les variables suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{X}(t) = X - X^r \\ \tilde{U}(t) = U - U^r(\theta) \\ e(x, t) = u(x, t) - u^r(\hat{\theta}) \\ \hat{e}(x, t) = \hat{u}(x, t) - u^r(\hat{\theta}) \\ \tilde{e}(x, t) = e(x, t) - \hat{e}(x, t) \end{array} \right.$$

$$\hat{w}(x, t) = \hat{e}(x, t) - \hat{D} \int_0^x K(\hat{\theta}) e^{A(\hat{\theta})\hat{D}(x-y)} B(\hat{\theta}) \hat{e}(y, t) dy - K(\hat{\theta}) e^{A(\hat{\theta})\hat{D}x} \tilde{X}(t)$$

Loi de contrôle/adaptation

En utilisant la **loi de contrôle**

$$U(t) = U^r(\hat{\theta}) - K(\hat{\theta})X^r + K(\hat{\theta}) \left[e^{A(\hat{\theta})\hat{D}}X(t) + \hat{D} \int_0^1 e^{A(\hat{\theta})\hat{D}(1-y)} B(\hat{\theta})\hat{u}(y, t) dy \right]$$

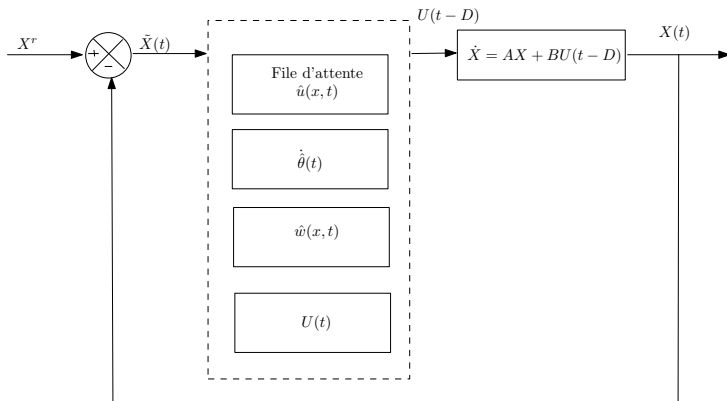
et la **loi d'adaptation**

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \gamma \text{Proj}_{\Pi} \tau_{\theta}(t)$$

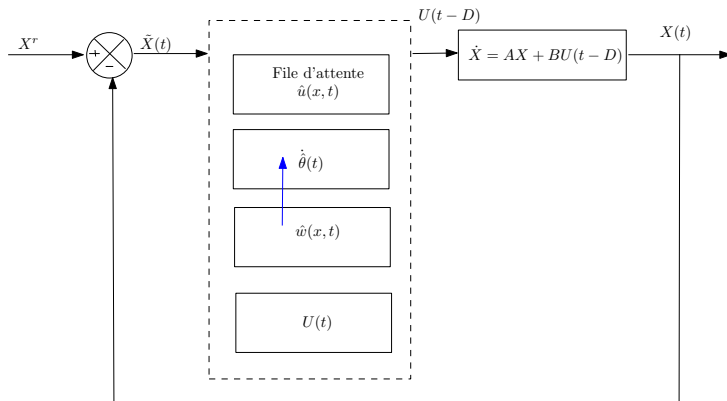
$$\text{for } 1 \leq i \leq p, \tau_{\theta, i}(t) = \left(\frac{\tilde{X}(t)^T P(\hat{\theta})}{b} - \hat{D}K(\hat{\theta}) \int_0^1 (1+x)[\hat{w}(x, t) + A(\hat{\theta})\hat{D}\hat{w}_x(x, t)] e^{A(\hat{\theta})\hat{D}x} dx \right) \times (A_i X(t) + B_i u^r(\hat{\theta}))$$

il existe $\delta^* > 0$ t.q., pour tout $\hat{D} \in]D - \delta^*; D + \delta^*[$ **constant**, il existe $\rho > 0$ t.q., si $|\tilde{X}(0)| + \|e(0)\| + \|\hat{e}(0)\| + |\tilde{\theta}(0)| < \rho$, alors

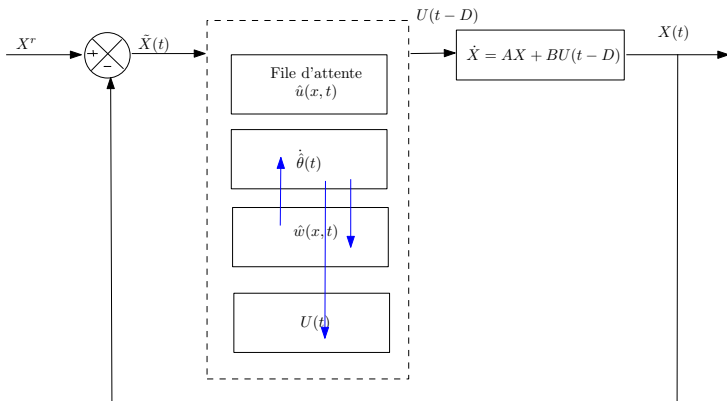
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{U}(t) = 0$$



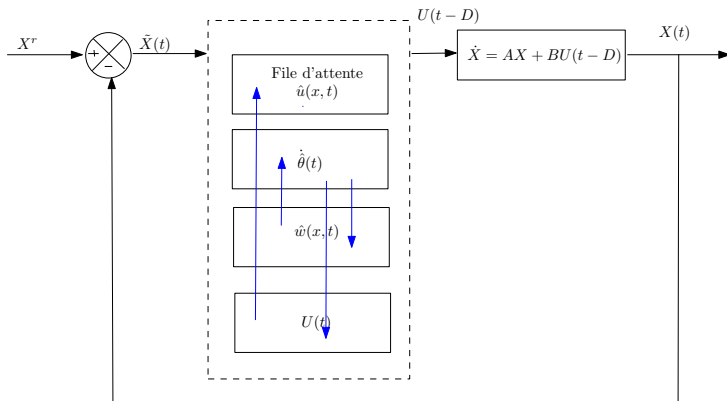
Résultat d'asservissement

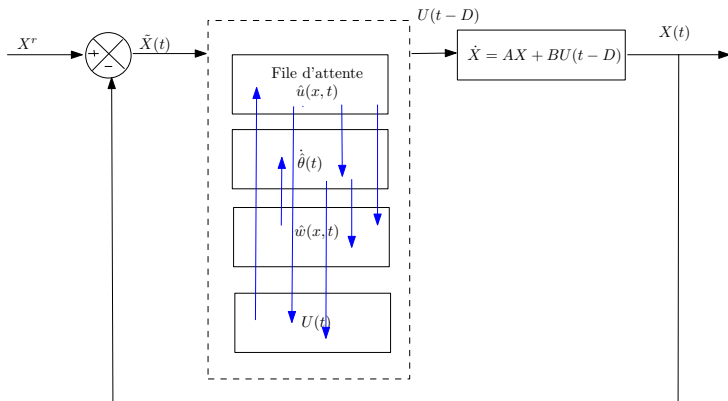


Résultat d'asservissement



Résultat d'asservissement





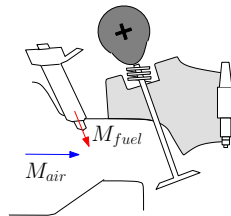
Résultat d'asservissement

- résultat **implémentable pratiquement**
- résultat **local**
- convergence **asymptotique**
- adaptation des paramètres par Lyapunov design
 - ▶ convergence asymptotique de $\hat{\theta}$, mais a priori pas vers θ
 - ▶ convergence asymptotique de U vers $U^r(\hat{\theta})$
- possibilité de régler les transitoires à l'aide de γ et K .

- 1 Positionnement du problème
- 2 Résultat Général
- 3 Contrôle de la richesse**
 - Modélisation dynamique richesse
 - Contrôle mis en oeuvre
 - Résultats banc moteur
- 4 Pistes d'adaptation du retard
- 5 Conclusions

Définition de la richesse

$$\phi = \frac{M_{fuel}}{M_{air}} / \left(\frac{M_{fuel}}{M_{air}} \right)_{stoech} = \frac{PCO \times M_{fuel}}{M_{air}}$$



$$\tau \dot{\phi}(t) = -\phi(t) + \alpha U(t - D)$$

- contrôle : $U(t) = PCO \times M_{fuel} / M_{air}$
- paramètres : $\alpha = \frac{1+dM_{fuel}}{1+dM_{air}}$, $D = D(N_e)$ et $\tau = \tau(Q_{air})$

Conventions

$$\tau \dot{\phi}(t) = -\phi(t) + \alpha U(t - D)$$

Régulation autour de $\phi^r = 1$ avec, pour un point de fonctionnement,

- τ connu
- D approché
- α inconnu mais constant dans $[0.75; 1.25]$
- **variation de (τ, D, α) selon le point de fonctionnement**

Conventions

$$\tau \dot{\phi}(t) = -\phi(t) + \alpha U(t - D)$$

Régulation autour de $\phi^r = 1$ avec, pour un point de fonctionnement,

- τ connu
- D approché
- α inconnu mais constant dans $[0.75; 1.25]$
- **variation de (τ, D, α) selon le point de fonctionnement**

On définit

$$X = \phi, \quad \theta = \alpha, \quad A(\theta) = A_0 = 1/\tau, \quad B(\theta) = B_1 \theta_1 = \alpha/\tau$$

$$[\underline{D}, \overline{D}] = [0.1s; 0.8s], \quad \Pi = [0.75; 1.25],$$

$$K(\theta) = -1, \quad P(\theta) = \tau, \quad Q(\theta) = 2(1 + \alpha)$$

Contrôle mis en oeuvre

Pour un point de fonctionnement donné :

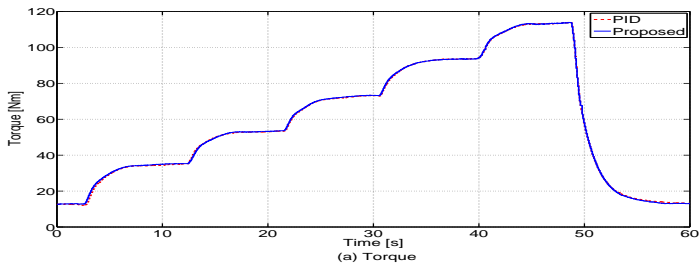
$$\left\{ \begin{array}{l} U(t) = \frac{\phi^r}{\hat{\alpha}(t)} + \phi^r - \left(e^{-\hat{D}/\tau} \phi(t) + \frac{\hat{\alpha}(t)}{\tau} \int_{t-\hat{D}}^t e^{-(t-s)/\tau} U(s) ds \right) \\ \dot{\hat{\alpha}}(t) = \gamma \frac{\phi^r}{\hat{\alpha}(t)} \left(\tilde{\phi}(t) + \frac{\hat{D}}{\tau} \int_0^1 (1+x) \left[\hat{w}(x,t) - \frac{\hat{D}}{\tau} \hat{w}_x(x,t) \right] e^{-\hat{D}x/\tau} dx \right) \\ \hat{w}(x,t) = \hat{e}(x,t) + \hat{D} \frac{\hat{\alpha}(t)}{\tau} \int_0^x e^{-\hat{D}(x-y)/\tau} \hat{e}(x,y) dy + e^{-\hat{D}x/\tau} \tilde{\phi}(t) \\ \hat{D} \hat{u}_t(x,t) = \hat{u}_x(x,t) \\ \hat{u}(1,t) = U(t) \\ \hat{e}(x,t) = \hat{u}(x,t) - u^r(\alpha) \end{array} \right.$$

En transitoire, stratégie basée sur celle en stabilisé

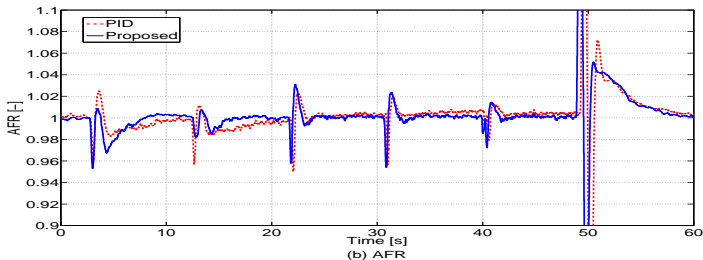
- évolution de α continue, lente et restreinte au même intervalle.
- intervalle de variation de D et α suffisamment réduite pour que chaque valeur actualisée soit dans le voisinage du couple courant

Résultats banc moteur

Résultats Bancs : Iso-Régime (1000 rpm)

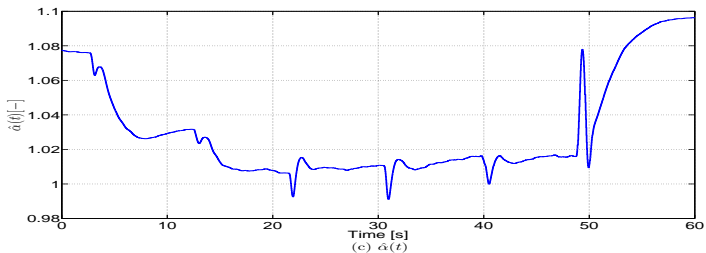
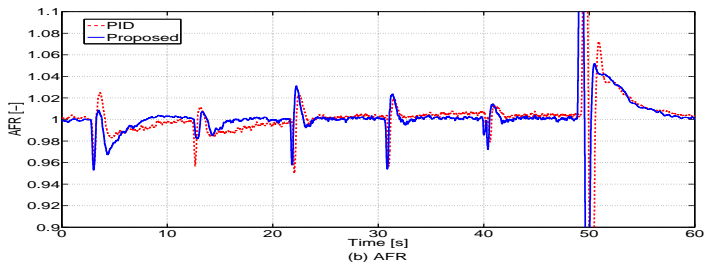


(a) Torque



(b) AFR

Résultats Bancs : Iso-Régime (1000 rpm)



Bilan essais banc

- Validation expérimentale
- Utilisation d'un seul jeu de gain → pas de calibration
- Utilisation de l'adaptation comme **identification pour diagnostic** (vieillessement, dysfonctionnement ponctuel de l'injecteur, modèle de remplissage...)

- 1 Positionnement du problème
- 2 Résultat Général
- 3 Contrôle de la richesse
- 4 Pistes d'adaptation du retard**
 - Une piste d'adaptation cohérente du retard
 - Simulations
- 5 Conclusions

Motivations

$$\dot{X}(t) = A(\theta)X(t) + B(\theta)U(t - D)$$

- Amélioration du temps de réponse
- Identification en ligne
 - ▶ connaissance de la vitesse de transport et donc de tout $u(x, t)$
 - ▶ possibilité d'asservir autour d'**une trajectoire quelconque**

Motivations

$$\dot{X}(t) = A(\theta)X(t) + B(\theta)U(t - D)$$

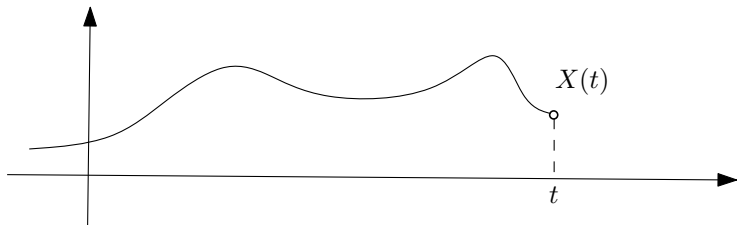
- Amélioration du temps de réponse
- Identification en ligne
 - ▶ connaissance de la vitesse de transport et donc de tout $u(x, t)$
 - ▶ possibilité d'asservir autour d'**une trajectoire quelconque**

Idée

Etude de sensibilité de la prédiction (Smith)

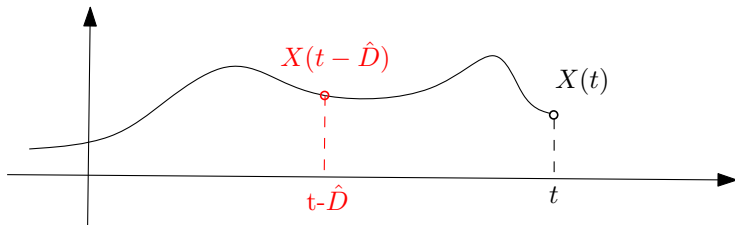
Une piste d'adaptation cohérente du retard

Etude de sensibilité

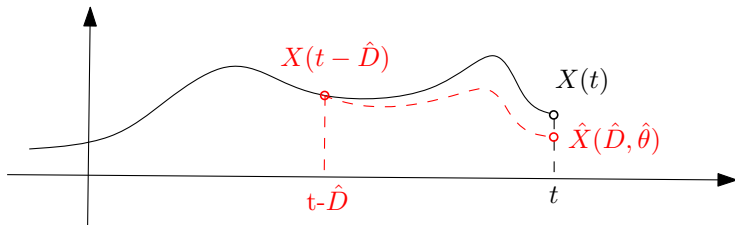


Une piste d'adaptation cohérente du retard

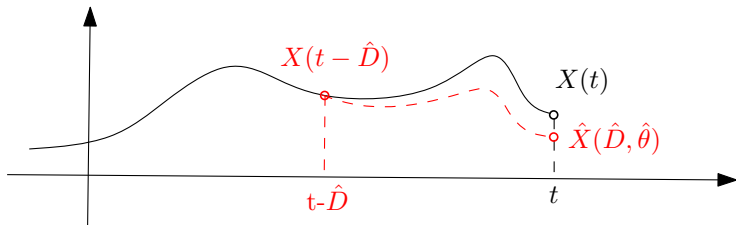
Etude de sensibilité



Etude de sensibilité



Etude de sensibilité



$$\psi : [D, \bar{D}] \times \Pi \rightarrow |\hat{X}(\hat{D}, \hat{\theta}) - X(t)|$$

$$\hat{X}(\hat{D}, \hat{\theta}) = e^{A(\hat{\theta})\hat{D}} X(t - \hat{D}) + \hat{D} \int_0^1 e^{A(\hat{\theta})\hat{D}(1-y)} B(\hat{\theta}) U(t + \hat{D}(y - 2)) dy$$

But : évaluation de la position de \hat{D} par rapport à la valeur de D .

Dans un voisinage de (D, θ) ,

$$\psi(\hat{D}, \hat{\theta}) \approx (\hat{D} - D) \frac{\partial \psi}{\partial \hat{D}}(\partial \hat{D})(\hat{D}, \hat{\theta}) + (\hat{\theta} - \theta)^T \frac{\partial \psi}{\partial \hat{\theta}}(\partial \hat{\theta})(\hat{D}, \hat{\theta})$$

A priori, on ne peut démêler la contribution des estimations de θ et D .

Dans un voisinage de (D, θ) ,

$$\psi(\hat{D}, \hat{\theta}) \approx (\hat{D} - D) \frac{\partial \psi}{\partial \hat{D}}(\partial \hat{D})(\hat{D}, \hat{\theta}) + (\hat{\theta} - \theta)^T \frac{\partial \psi}{\partial \hat{\theta}}(\partial \hat{\theta})(\hat{D}, \hat{\theta})$$

A priori, on ne peut démêler la contribution des estimations de θ et D .

Cas Particuliers

- connaissance parfaite du système
- convergence des paramètres obtenues (e.g. cas scalaire à un paramètre)

Alors,

$$\text{sg}(\hat{D} - D) = \text{sg} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \hat{D}}(\hat{D}, \theta) \right) = \text{sg}(\psi_0(X_{]t_0;t]}, \dot{X}_{]t_0;t]}, U_{]t_0;t]}))$$

Idée (Minimisation/Sliding Mode)

Dans ces deux cas particuliers, dans le cadre exposé et avec la même hypothèse de localité :

on peut combiner les lois d'adaptation/contrôle précédentes avec la loi d'évolution du retard

$$\dot{\hat{D}}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_{lim} \\ -\gamma(t) \text{sg} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{D}}(\hat{D}, \theta) \right) \times \tilde{X}(t)^2 & \text{si } t > t_{lim} \end{cases}$$

avec γ bien choisi.

Si l'on choisit une **excitation permanente** X^r (fonction en escalier), on peut obtenir la **convergence de \hat{D}** .

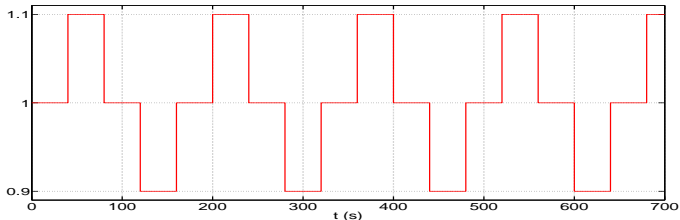
Simulations

Système scalaire instable

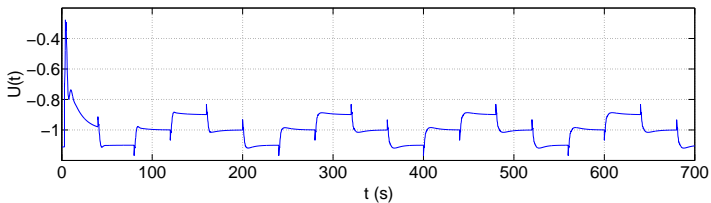
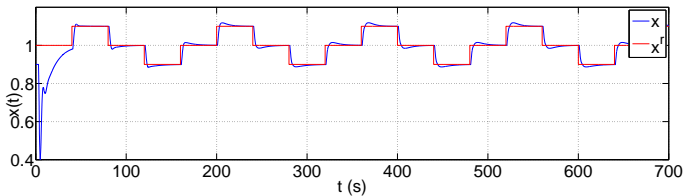
$$\dot{x}(t) = x(t) + \alpha U(t - D)$$

avec $\alpha = 1$ et $D = 1$ inconnus.

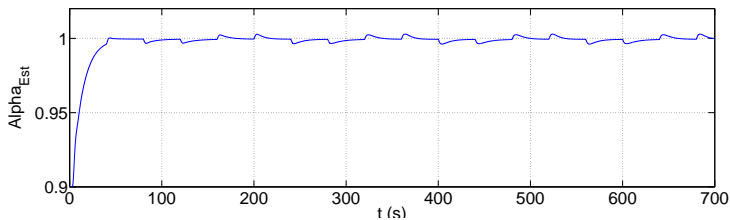
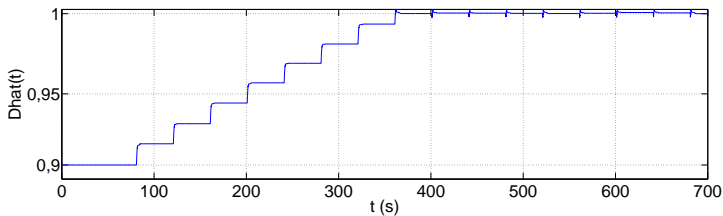
C.I. : $x(0) = \hat{D}(0) = \hat{\alpha}(0) = 0.9$



Simulations



Simulations



- 1 Positionnement du problème
- 2 Résultat Général
- 3 Contrôle de la richesse
- 4 Pistes d'adaptation du retard
- 5 Conclusions**

Bilan-Perspectives

● Bilan :

- ▶ Contrôleur adaptatif spécifique au retard
- ▶ Robustesse à l'erreur d'estimation du retard
- ▶ Validation expérimentale sur le problème du contrôle de la richesse
 - Concept validé en théorie et en pratique
 - Implémentation faite

● Perspectives :

- ▶ identification du retard ?
- ▶ applications potentielles et développement sur d'autres systèmes moteurs (DOC,EGR-BP...)

Merci de votre attention !